

В.В. ДЕГТЯРЬОВ, к.т.н,
С.В. РУДЬ, здобувач,

АНАЛІЗ ГАРМОНІК ЗОВНІШНЬОГО МАГНІТНОГО ПОЛЯ ЕЛЕКТРООБЛАДНАННЯ

В статті виконано аналіз магнітного поля, що створюється силовим електрообладнанням (ЕО), що експлуатується в станціях керування, розподільними щитами та іншим ЕО загальнопромислового призначення.

В статті виконані аналіз магнітного поля, которое создается силовым электрооборудованием (ЕО), что эксплуатируется в станциях управления, распределительными щитами и другим ЕО общепромышленного назначения.

Розв'язок багатьох прикладних задач з електромагнітної сумісності силового і магніточутливого обладнання, локалізації зовнішніх магнітних полів (ЗМП), створених електрообладнанням (ЕО) в навколишньому середовищі і т.ін. вимагає заглиблених досліджень в напрямку аналізу та синтезу магнітних полів ЕО з метою створення нового та вдосконалення існуючого математичного апарату мультипольної теорії ЗМП. Діючі нормативні документи [1] встановлюють норми параметрів періодичного магнітного поля, що створюється силовим ЕО в процесі його функціонування і методи визначення дипольних магнітних моментів ЕО [2], та не висвітлюють механізмів визначення параметрів недипольного поля, що визначає актуальність робіт в напрямку дослідження недипольних складових ЗМП джерел в навколишньому просторі.

Авторами було досліджено ЗМП джерела для частини простору, де є справедливими рівняння Максвелу $\operatorname{rot} \vec{H} = 0$, $\operatorname{div} \vec{B} = 0$ і напруженість ЗМП пов'язана з магнітним потенціалом U джерела поля через градієнт $\vec{H} = -\operatorname{grad} U$, де скалярний потенціал U , згідно класичної теорії поля визначається гармонічною функцією, що задовольняє рівнянню Лапласу [2]:

ЗМП, які можуть бути використані для опису ЗМП ЕО, коли може бути прийнято.

$$U = \frac{\vec{M} \vec{r}}{4\pi r^3}, \quad (1)$$

де $\vec{M} = M(\vec{i} \cos \alpha + \vec{j} \cos \beta + \vec{k} \cos \gamma)$ – ексцентричний магнітний диполь довільної орієнтації; \vec{r} – радіус-вектор від точки прикладення моменту \vec{M} в напрямку точки спостереження ЗМП.

Для дослідження недипольних складових ЗМП гармонічну функцію (1) в мультипольній теорії ЗМП розглядається у вигляді спектру просторових

гармонік або мультиполів загальної кількістю n . В сферичній системі координат R, φ, θ потенціал (1) може бути поданий наступним рядом:

$$U = \frac{1}{4\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{R} \right)^{n+1} \sum_{m=0}^n (g_{nm} \cos m\varphi + h_{nm} \sin m\varphi) P_n^m(\cos \theta). \quad (2)$$

де $P_n^m(\cos \theta)$ – приєднані функції Лежандру, які для $m = 0$ перетворюються на звичайні функції Лежандру.

Постійні коефіцієнти ряду g_{nm}, h_{nm} перших просторових гармонік ($n = 1, 2, 3$) припускають фізичну інтерпретацію і розглядаються в якості джерел відповідних сферичних просторових гармонік.

В роботі виконано аналіз ЗМП джерела, магнітний момент \overline{M} якого зміщений на координати x_0, y_0, z_0 відносно початку прийнятої системи координат і має складові M_x, M_y . Нижче наведено математичні моделі для компонент $H_{Rn}, H_{\varphi n}, H_{\theta n}$ другої ($n = 2$) і третьої ($n = 3$) просторових гармонік

$$M_z = 0.$$

Використання моделі потенціалу (2) дозволяє подати другу (квадрупольну) та третю (октупольну) гармоніки ЗМП за умови, що відповідні мультипольні моменти гармонік g_{nm}, h_{nm} є відомими, наступним чином (для довільних точок екваторіальної площини):

складові другої просторової гармоніки

$$\left. \begin{aligned} H_{R2} &= \frac{3}{4\pi R^4} \left[-\frac{1}{2} g_{20} + 3(g_{22} \cos 2\varphi + h_{22} \sin 2\varphi) \right], \\ H_{\varphi 2} &= \frac{1}{4\pi R^4} (g_{22} \sin 2\varphi - h_{22} \cos 2\varphi), \\ H_{\theta 2} &= \frac{3}{4\pi R^4} (g_{21} \cos \varphi + h_{21} \sin \varphi). \end{aligned} \right\}, \quad (3)$$

складові третьої просторової гармоніки

$$\left. \begin{aligned} H_{R3} &= \frac{1}{\pi R^5} \left[-\frac{3}{2} (g_{31} \cos \varphi - h_{31} \sin \varphi) + 15(g_{33} \cos 3\varphi + h_{33} \sin 3\varphi) \right], \\ H_{\varphi 3} &= \frac{1}{4\pi R^5} \left[-\frac{3}{2} (g_{31} \sin \varphi - h_{31} \cos \varphi) + 15(g_{33} \sin 3\varphi + h_{33} \cos 3\varphi) \right], \\ H_{\theta 3} &= -\frac{1}{4\pi R^5} \left[\frac{3}{2} g_{30} - 15(g_{32} \cos 3\varphi + h_{32} \sin 3\varphi) \right]. \end{aligned} \right\}, \quad (4)$$

Друга та третя гармоніки можуть бути також подані через складові напруженості просторових гармонік нижчих порядків. В цьому випадку, після

перетворень виразів (3), (4), отримані математичні моделі радіальної H_{Rn} , дотичної $H_{\phi n}$ та осевої $H_{\theta n}$ компонент для гармонік другого та третього порядків у вигляді, що висвітлює внесок до їх складу складових гармонік першого та другого порядків відповідно.

Радіальна, дотична і осева компоненти напруженості другої гармоніки ЗМП для точок екваторіальної площини можуть бути подані через дипольні складові напруженості першої гармоніки і параметри зміщення R_0, ϕ_0, θ_0 магнітного диполя наступним чином:

$$\begin{aligned} H_{R2} &= \frac{3R_0}{R} H_{0R1} P_1^1(\cos \theta_0) + \frac{9R_0}{R} H_{\phi 1} \sin(\phi_0 - \phi) P_1^1(\cos \theta_0), \\ H_{\phi 2} &= \frac{3R_0}{2R} H_{R1} \sin(\phi_0 - \phi) P_1^1(\cos \theta_0) + \frac{3R_0}{R} H_{\phi 1} \cos(\phi - \phi_0) P_1^1(\cos \theta_0), \\ H_{\theta 2} &= \frac{3R_0}{2R} H_{R1} P_1^0(\cos \theta_0), \end{aligned}$$

де H_{0R1} – значення радіальної компоненти напруженості першої гармоніки

$$H_{R1} = \frac{1}{2\pi R^3} (M_x \cos \phi + M_y \sin \phi) P_1^1(\cos \theta) \text{ в точці спостереження } R_0, \phi_0, \theta_0 :$$

$$\begin{aligned} H_{0R1} &= \frac{1}{2\pi R^3} (M_x \cos \phi_0 + M_y \sin \phi_0), \\ H_{\phi 1} &= \frac{1}{4\pi R^3} (M_x \sin \phi - M_y \cos \phi). \end{aligned}$$

Компоненти напруженості третьої просторової гармоніки (4) ЗМП можуть бути подані через складові напруженості другої гармоніки і параметри зміщення дипольного моменту наступним чином:

$$\begin{aligned} H_{R3} &= -\frac{2R_0}{R} H_{\theta 2}^{21} P_1^0(\cos \theta_0) - \frac{2R_0}{R} H_{R2}^{20} \cos(\phi_0 - \phi) P_1^1(\cos \theta_0) + \\ &+ \frac{10R_0}{3R} H_{R2}^{22} \cos(\phi_0 - \phi) P_1^1(\cos \theta_0) - \frac{6R_0^2}{R^2} H_{\phi 1} \sin(\phi_0 - \phi) P_1^1(\cos \theta_0), \\ H_{\phi 3} &= -\frac{R_0}{2R} H_{\theta 2}^{21} P_1^0(\cos \theta_0) - \frac{3R_0}{R} H_{R2}^{20} \cos(\phi_0 - \phi) P_1^1(\cos \theta_0) + \\ &+ \frac{5R_0}{2R} H_{R2}^{22} \cos(\phi_0 - \phi) P_1^1(\cos \theta_0) - \frac{7R_0^2}{4R^2} H_{\phi 1} \sin(\phi_0 - \phi) P_2^2(\cos \theta_0), \\ H_{\theta 3} &= -\frac{3R_0}{R} H_{R2}^{20} P_1^0(\cos \theta_0) + \frac{9R_0^2}{4R^2} H_{0R1} \cos(\phi_0 - \phi) P_1^0(\cos \theta_0), \end{aligned}$$

де $H_{\phi 1}$ – значення дотичної компоненти напруженості першої гармоніки в точці спостереження R, ϕ_0, θ_0 :

$$H_{0\phi 1} = \frac{1}{4\pi R^3} (M_x \sin \phi_0 - M_y \cos \phi_0).$$

Осева складова напруженості другої гармоніки $H_{\theta 2}^{21}$ визначається через квадрупольні моменти g_{21}, h_{21} наступним чином:

$$H_{\theta 2}^{21} = -\frac{1}{4\pi R^4} (g_{21} \cos \phi + h_{21} \sin \phi) 3 \cos 2\theta = \frac{3}{4\pi R^4} (g_{21} \cos \phi + h_{21} \sin \phi) \Big|_{\theta=90^\circ},$$

де g_{21}, h_{21} – магнітні моменти другої гармоніки, зумовлені зміщенням моментів M_x, M_y на координату z_0 :

$$g_{21} = M_x z_0, \quad h_{21} = M_y z_0.$$

Радіальні компоненти напруженості H_{R2}^{20} і H_{R2}^{22} залежать відповідно від моментів другого порядку g_{20} і g_{22}, h_{22} :

$$\begin{aligned} H_{R2}^{22} &= \frac{3}{4\pi R^4} (g_{22} \cos 2\phi + h_{22} \sin 2\phi) \frac{3}{2} (1 - \cos 2\theta) = \\ &= \frac{9}{4\pi R^4} (g_{22} \cos 2\phi + h_{22} \sin 2\phi) \Big|_{\theta=90^\circ}, \\ H_{R2}^{20} &= \frac{3}{4\pi R^4} g_{20} \frac{1}{4} (3 \cos 2\theta + 1) = -\frac{3}{8\pi R^4} g_{20} \Big|_{\theta=90^\circ}. \end{aligned}$$

Квадрупольні моменти g_{22}, h_{22} і момент g_{20} обумовлені зміщенням складових дипольного моменту M_x, M_y на координати x_0 і y_0 :

$$g_{22} = \frac{1}{2} M_x x_0 - \frac{1}{2} M_y y_0, \quad h_{22} = \frac{1}{2} M_x y_0 + \frac{1}{2} M_y x_0, \quad g_{20} = -M_x x_0 - M_y y_0.$$

Таким чином, гармоніки просторового спектру ЗМП ЕО подані у вигляді, що висвітлює внесок до їх складу мультиполів нижчих порядків та надає можливості визначення параметрів вищих гармонік за результатами вимірювань компонент напруженості першої та другої просторових гармонік магнітного поля ЕО і, крім того, забезпечує можливість створення моделей магнітного поля джерел ЗМП в навколишньому просторі.

Список літератури: 1. ГОСТ Р 50010-92. Совместимость технических средств электромагнитное. Электрооборудование силовое. Нормы параметров низкочастотного периодического магнитного поля. – Введ. 01.07.93. – М.: Изд-во стандартов, 1993. – 5 с. 2. ГОСТ Р 50012-92. Совместимость технических средств электромагнитное. Электрооборудование силовое. Методы измерения параметров низкочастотного периодического магнитного поля. – Введ. 01.07.93. – М.: Изд-во стандартов, 1993. – 21 с.